EMS 302

ÇOK ÖLÇÜTLÜ KARAR VERME PROBLEMLERİ

DR. ERDEM AKSAKAL

TOPSIS YÖNTEMİ

- TOPSIS yöntemi 1980 yılında Hwang ve Yoon tarafından geliştirilmiş ve bir çok alanda uygulama imkanı bulmuş bir ÇÖKV yöntemidir.
- Bu yöntem, alternatif seçeneklerin belirli ölçütler doğrultusunda ve ölçütlerin alabileceği maksimum ve minimum değerler arasındaki pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm varsayımına göre oluşturulmuştur.
- TOPSIS yönteminde çözüm alternatifinin, pozitif ideal çözüm noktasına en kısa mesafe ve negatif- ideal çözüm noktasına en uzak mesafede olacağı varsayımı temel alınmıştır.
- Dolayısıyla TOPSIS yönteminde temel yaklaşım;
- Pozitif ideal çözüme en yakın, negatif ideal çözüme en uzak seçeneği bulmaktır.

TOPSIS YÖNTEMİ

- Pozitif ideal çözüm, maliyet ölçütünü minimum yapan ve fayda ölçütünü maksimum yapan çözümdür.
- Negatif ideal çözüm ise, maliyet ölçütünü maksimum yapan ve fayda ölçütünü minimum yapan çözüm olarak değerlendirilir.
- TOPSIS yöntemi, pozitif ve negatif ideal çözümlere uzaklıkları ortaya koyarak, ideal ve ideal olmayan çözümleri de ortaya çıkarır.
- ÇÖKV'de "ideal çözüm“, tüm ölçütlerde ulaşılabilecek en iyi değerlere sahip olan çözüm (alternatif), "ideal olmayan çözüm" ise tüm ölçütlerde olası en kötü puanları alan alternatif olarak tanımlanmaktadır.

TOPSIS YÖNTEMİ

- ÇÖKV yaklaşımının temelinde ölçütler arası çatışma durumu nedeniyle ideal çözüme ulaşmak genelde mümkün olmadığından bir "uzlaşık çözüm"den bahsedilir.
- ÇÖKV yöntemlerinin bir kısmı, ideale olabildiğince yaklaşık olan bir çözüme ulaşmaya çalışan "Uzlaşma (Compromising) Modeli"ni kullanırlar.
- Bunlardan biri olan "İdeal Çözüme Benzerlik yolu ile Tercih Sırasına Ulaşma Tekniği" (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution_TOPSIS) ideal alternatife göreli yakınlığı en fazla olan alternatifi seçme mantığına dayalıdır.
- Bu yöntemde seçilen alternatif aynı anda hem ideal çözüme en yakın olan hem de ideal olmayan çözüme en uzak olan alternatiftir.

TOPSIS YÖNTEMİ

Yöntemin adımları

1. Karar Matrisi (A) oluşturulur.
2. Normalize karar matrisi (R) oluşturulur.
3. Ağırlıklı Normalize Karar Matrisi (V) oluşturulur.
4. Pozitif İdeal (A^*) ve Negatif İdeal (A^-) çözümler oluşturulur.
5. Her alternatifin pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüme uzaklıkları hesaplanır.
6. İdeal çözüme göreceli yakınlık değerleri hesaplanır.

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 1: Karar Matrisi (A) oluşturulur.

- Karar matrisinin satırlarında i=1,2,...,m alternatifler, sütunlarında ise j=1,2,...,n ölçütler yer almaktadır.
- A matrisi karar verici tarafından oluşturulan veri matrisidir. Karar matrisi aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & & & . \\ . & & & . \\ . & & & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 2. Normalize karar matrisi (R) oluşturulur.

- TOPSIS yönteminde normalize edilmiş karar matrisi için vektör normalizasyonu kullanılır.

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ . & & & . \\ . & & & . \\ . & & & . \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

r_{ij}'ler $r_{ij} = \dfrac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} a_{kj}^2}}$ formülü ile hesaplanır

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 3. Ağırlıklı Normalize Karar Matrisi (V) oluşturulur.

- Öncelikle değerlendirme faktörlerine ilişkin ağırlık değerleri ($\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$) belirlenir.
- Ağırlık değerleri çözüm esnasında karar verici tarafından verilebileceği gibi çeşitli ÇÖKV teknikleri kullanılarak da belirlenebilir.
- Daha sonra R matrisinin her bir sütunundaki elemanlar ilgili ağırlık değeri ile çarpılarak V matrisi oluşturulur.

$$V_{ij} = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_n r_{2n} \\ . & & & . \\ . & & & . \\ . & & & . \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \dots & w_n r_{mn} \end{bmatrix}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 4. Pozitif İdeal (A*) ve Negatif İdeal (A^-) çözümler oluşturulur.

- Pozitif İdeal çözüm setinin oluşturulabilmesi için matrisindeki ağırlıklandırılmış ölçütlerin yani sütun değerlerinin en büyükleri seçilir. **(J: Fayda, J': Maliyet)**

$$A^* = \left\{ (\max_i v_{ij} \middle| j \in J), (\min_i v_{ij} \middle| j \in J^{'} \right\}$$

$$A^* = \left\{ v_1^*, v_2^*, \ldots, v_n^* \right\}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 4. Pozitif İdeal (A*) ve Negatif İdeal (A^-) çözümler oluşturulur.

- Negatif ideal çözüm seti ise, V matrisindeki ağırlıklandırılmış değerlendirme faktörlerinin yani sütun değerlerinin en küçükleri seçilerek oluşturulur. . **(J: Fayda, J': Maliyet)**

$$A^- = \left\{ (\min_i v_{ij} \middle| j \in J), (\max_i v_{ij} \middle| j \in J^{'} \right\}$$

$$A^- = \left\{ v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^- \right\}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 5. Her alternatifin pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüme uzaklıkları hesaplanır.

- TOPSIS yönteminde her bir alternatife ilişkin ölçüt değerinin pozitif ideal ve negatif ideal çözüm setinden uzaklıklarının belirlenmesinde literatürde farklı yaklaşımlar kullanılmaya başlansa da çoğunlukla Öklid Uzaklık Yaklaşımından yararlanılmaktadır.
- •Buradan elde edilen alternatiflere ilişkin uzaklık değerleri ise Pozitif İdeal çözüme uzaklık (Si*) ve Negatif İdeal çözüme uzaklık (Si^-) olarak adlandırılmaktadır.

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (v_{ij} - v_j^*)^2} \qquad S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (v_{ij} - v_j^-)^2}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Yöntemin adımları

Adım 6. İdeal çözüme göreceli yakınlık değerleri hesaplanır.

- Her bir alternatifin ideal çözüme göreceli yakınlığının (Ci*) hesaplanmasında pozitif idealden ve negatif idealden uzaklık ölçüleri kullanılmaktadır.

- Burada kullanılan ölçüm, negatif ideal çözüme uzaklık değerinin pozitif ideal çözüme uzaklık değeri ile negatif ideal çözüme uzaklık değerinin toplamına oranıdır.

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^*}$$

- Burada Ci* değeri O ≤ Ci* ≤1 aralığında değer alır ve Ci* = 1 ilgili alternatifin pozitif ideal çözüm noktasında bulunduğunu, Ci* = 0 ilgili alternatifin negatif ideal çözüm noktasında bulunduğunu gösterir.

TOPSIS YÖNTEMİ - Örnek

Bir karar verme probleminde 3 karar seçeneği (I, II ve III) ve 4 değerlendirme ölçütü bulunmaktadır. Karar verici karar matrisini aşağıdaki gibi oluşturmuştur.

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 20 & 15 & 30 \\ 10 & 30 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 30 & 10 \end{bmatrix}$$

Ölçütlere ilişkin ağırlıklar, $w_1 = 0.20$, $w_2 = 0.15$, $w_3 = 0.40$, $w_4 = 0.25$ şeklinde tanımlanmıştır.

<u>Bütün ölçütlerin fayda ölçütü varsayımı altında</u> amaç karar verici için maksimum getiriyi sağlamaktır.

Karar seçeneklerinin önem sırasını oluşturarak karar vericinin hangi seçeneği tercih etmesi gerektiğini belirleyiniz.

TOPSIS YÖNTEMİ - Örnek

Adım 2. Normalize karar matrisini belirleyelim.

$$R = \begin{bmatrix} 0.6202 & 0.5345 & 0.3841 & 0.6883 \\ 0.2481 & 0.8018 & 0.5122 & 0.6883 \\ 0.7442 & 0.2673 & 0.7682 & 0.2294 \end{bmatrix} \quad , \quad r_{11} = \frac{25}{\sqrt{25^2 + 10^2 + 30^2}} = 0.6202$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Örnek

Adım 3. Ağırlıklı Normalize Karar Matrisi (V) oluşturulur.

$$V = \begin{bmatrix} 0.1241 & 0.0802 & 0.1537 & 0.1721 \\ 0.0496 & 0.1203 & 0.2049 & 0.1721 \\ 0.1489 & 0.04013 & 0.3073 & 0.0574 \end{bmatrix} \quad , \quad v_{11} = 0.6202 \times 0.20 = 0.1241$$

Adım 4. Pozitif İdeal (A*) ve Negatif İdeal (A^-) çözümler oluşturulur.

$$V^* = \{0.1489, 0.1203, 0.3037, 0.1721\}$$

$$V^- = \{0.0496, 0.0401, 0.1537, 0.0574\}$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Örnek

Adım 5. Her alternatifin pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüme uzaklıkları hesaplanır.

$$S_I^* = \sqrt{(0.1241-0.1489)^2+(0.0802-0.1203)^2+(0.1537-0.3073)^2+(0.1721-0.1721)^2} = 0.1606$$

$$S_{II}^* = \sqrt{(0.0496-0.1489)^2+(0.1203-0.1203)^2+(0.2049-0.3073)^2+(0.1721-0.1721)^2} = 0.1428$$

$$S_{III}^* = \sqrt{(0.1489-0.1489)^2+(0.0401-0.1203)^2+(0.3073-0.3073)^2+(0.0574-0.1721)^2} = 0.14$$

$$S_I^- = \sqrt{(0.1241-0.0496)^2+(0.0802-0.0401)^2+(0.1537-0.1537)^2+(0.1721-0.0574)^2} = 0.1428$$

$$S_{II}^- = \sqrt{(0.0496-0.0496)^2+(0.1203-0.0401)^2+(0.2049-0.1537)^2+(0.1721-0.0574)^2} = 0.149$$

$$S_{III}^- = \sqrt{(0.1489-0.0496)^2+(0.0401-0.0401)^2+(0.3073-0.1537)^2+(0.0574-0.0574)^2} = 0.183$$

TOPSIS YÖNTEMİ - Örnek

Adım 6. İdeal çözüme göreceli yakınlık değerleri hesaplanır.

$$C_I^* = \frac{0.1428}{0.1606 + 0.1428} = 0.4707$$

$$C_{II}^* = \frac{0.149}{0.1428 + 0.149} = 0.5106$$

$$C_{III}^* = \frac{0.183}{0.14 + 0.183} = 0.5666$$

İdeal çözüme göreli yakınlık katsayılarına göre, III >II >I sıralaması dikkate alınarak karar seçenekleri değerlendirilir.