

Kİ-KARE UYGUNLUK TESTİ

Ki-Kare testi şu adımlar gerçekleştirilerek yapılır.

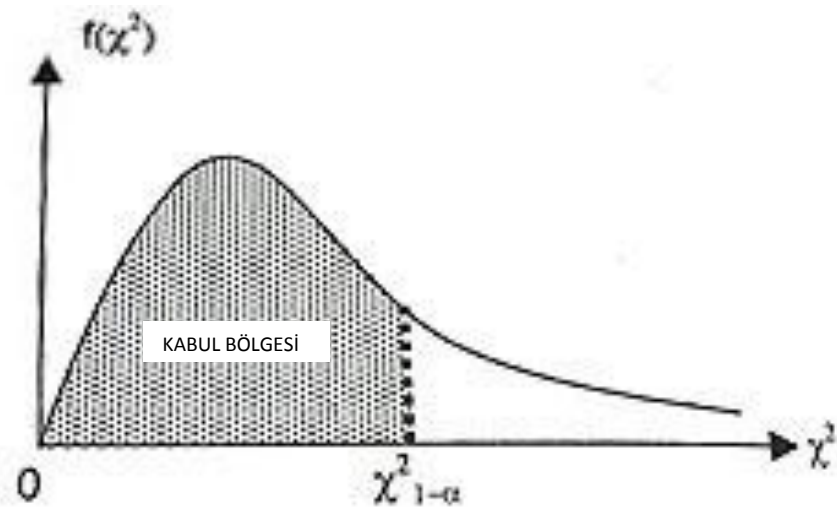
1. Örnek verilerin tüm parametrelere verilmiş veya tahmin edilmiş olan bir dağılımdan geldiği hipotezi kurulur.
2. Test edilen dağılımın aralığı, m adet alt bölgeye ve alt aralığa bölünür.
3. Her bir aralığa denk gelen teorik frekans değeri belirlenir. Burada her bir gruba düşen frekans sayısının veya örnek adedinin 5'ten az olmaması sağlanır.
4. Q_j örnekleme frekansı, E_j dağılımın teorik frekansı olmak üzere Ki-Kare değeri aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$Ki - Kare = \sum_{j=1}^m \frac{(Q_j - E_j)^2}{E_j}$$

5. Belirlenen güvenirlilik değerine ve serbestlik derecesine göre tablodan Ki-kare değeri okunur.

Serbestlik Derecesi = $n - (\text{test edilen dağılımın parametre sayısı}) - 1$

6. Şayet hesaplanan Ki-kare değeri, tablodan okunan değerden küçükse hipotez KABUL aksi halde hipotez RED edilir.



KOLMOGOROV-SMIRNOV testi şu adımlar gerçekleştirilerek yapılır.

1. Örnek verilerin tüm parametrelere verilmiş veya tahmin edilmiş olan bir dağılımdan geldiği hipotezi kurulur.
2. Test edilen dağılımın aralığı, m adet alt gruba veya alt aralığa bölünür.
3. Test edilen dağılımın gruplara ait teorik birikimli olasılık değerleri bulunur. ($F(y)$)
4. Örneklemden elde edilen dağılımın birikimli olasılık değerleri bulunur. ($F_0(y)$)
5. Her alt aralık için $|F(y) - F_0(y)|$ değerlerini belirlenir.
6. D_n değeri belirlenir.

$$D_n = \max_{j=1, \dots, m} \{ |F(y) - F_0(y)| \}$$

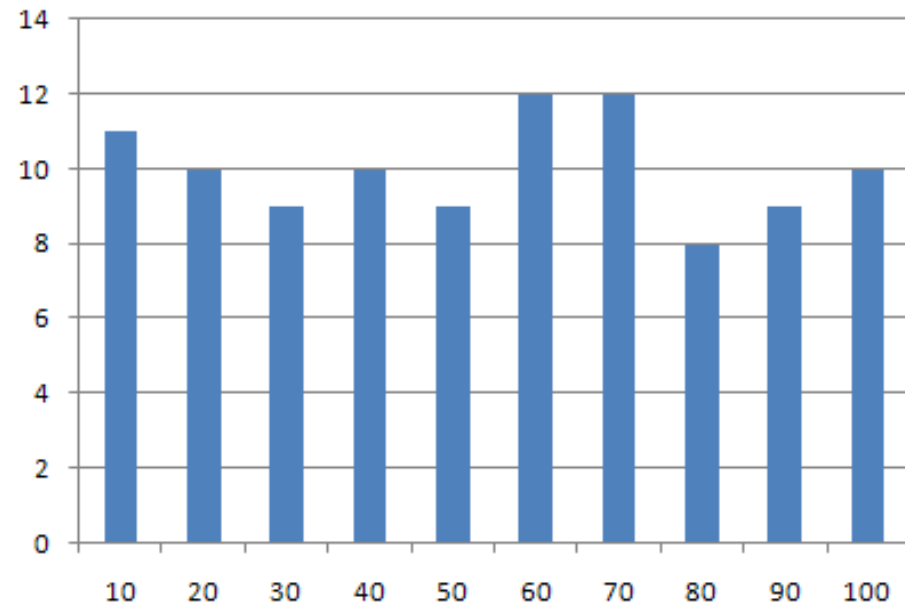
7. D_{N_t} belirlenir. Bu değer tekli örnekleme yapılıyor ise
% 90 güvenirlilik için $D_{N_t} = \frac{1.22}{\sqrt{n}}$ bağıntısı ile,
% 95 güvenirlilik için $D_{N_t} = \frac{1.36}{\sqrt{n}}$ bağıntısı ile,
% 99 güvenirlilik için $D_{N_t} = \frac{1.63}{\sqrt{n}}$ bağıntısı ile hesaplanabilir.
8. Şayet belirlenen D_N değeri, D_{N_t} değerden küçükse hipotez KABUL aksi halde hipotez RED edilir.

Örnek : Bir olay ile ilgili aşağıda verilen 100 adet verinin elde edildiğini farz edelim. Bu verilerden hareket ile bu olayın modellenebileceği dağılım türümü % 95 güvenirlilikte belirlemeye çalışalım.

44	93	73	57	62	82	32	14	1	34
70	9	39	18	70	45	4	95	73	19
21	47	14	23	74	96	13	87	73	48
76	42	11	49	55	69	70	32	79	100
58	1	83	37	19	92	59	48	64	24
23	21	54	71	30	47	55	64	30	75
87	36	86	83	96	8	51	88	95	9
20	58	28	40	26	68	35	8	9	9
39	34	95	95	47	20	90	67	100	82
65	4	19	57	57	8	63	52	68	60

Birinci adımda elde edilen verilerin özetlenmesi için gruplanmış serisi oluşturulur ve bu serinin grafiği çizilir.

Gruplar	Frekans
0-10	11
10-20	10
20-30	9
30-40	10
40-50	9
50-60	12
60-70	12
70-80	8
80-90	9
90-100	10



Bu seriye bakıldığı zaman;

H_0 : 0 ile 100 arasında değişen düzgün dağılımdır. Hipotezi kurulabilir.

Bunu sınamak için KOLMOGOROV-SMIRNOV testin adımlarını yansıtacak bir tablo oluşturacak olursak, aşağıdaki tablo elde edilir.

Gruplar	Frekans	Teorik frekans	$F_0(y)$	$F(y)$	$ F(y) - F_0(y) $
0-10	11	10	0.11	0.1	0.01
10-20	10	10	0.21	0.2	0.01
20-30	9	10	0.3	0.3	0
30-40	10	10	0.4	0.4	0
40-50	9	10	0.49	0.5	0.01
50-60	12	10	0.61	0.6	0.01
60-70	12	10	0.73	0.7	0.03
70-80	8	10	0.81	0.8	0.01
80-90	9	10	0.9	0.9	0
90-100	10	10	1	1	0

Buradan elde edilen mutlak en büyük fark 0,03 olduğundan D_N değeri olarak alınır.

değeri D_{Nt} olarak bulunur. Bu değer, bizim bulduğumuz hesaplama sonucundaki değerden büyük olduğu için, bu değerleri elde ettiğimiz olayın modellenmesinde 0 ile 100 arasında değişen düzgün dağılım kullanılabilir.

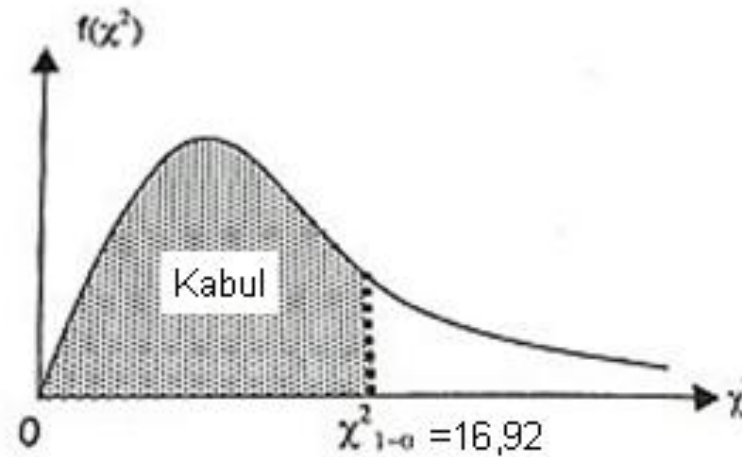
Aynı verileri Ki Kare testi ile sınyacak olursak, testin adımlarını yansıtacak bir tablo aşğıdaki gibi elde edilir.

Gruplar	Q_j	E_j	$\frac{(Q_j - E_j)^2}{E_j}$
0-10	11	10	0,1
10-20	10	10	0
20-30	9	10	0,1
30-40	10	10	0
40-50	9	10	0,1
50-60	12	10	0,4
60-70	12	10	0,4
70-80	8	10	0,4
80-90	9	10	0,1
90-100	10	10	0
		TOPLAM	1,6

Tabloda Ki kare değerine bakmak için önce serbestlik derecesini bulmamız gerekir. Düzgün dağılımı özetleyebilecek istatistiki bir ölçüt bulunmadığından bu dağılımın parametre sayısı 0 alınır. Buna göre;

$SD=10-0-1=9$ bulunur. %95 güvenirlilikteki 9 serbestlik derecesindeki Ki kare tablo değeri 16.92 bulunur.

Bu değer, bizim bulduğumuz hesaplama sonucundaki değerden büyük olduğu için, bu değerleri elde ettiğimiz olayın modellenmesinde 0 ile 100 arasında değişen düzgün dağılım kullanılabilir.



2.3. RASSAL SAYI / RASSAL DEĞER

Girdi değişkenlerinin modelde alacakları değerlerin belirlenmesinde rassal sayılara ihtiyaç vardır. Rassal sayı; her hangi bir kurala bağlı olmadan ardı ardına oluşturulan, her birinin oluşturulması kendinden öncekilerden bağımsız olarak gerçekleşen sayılardır. Rassal sayılar 0 ile 1 arasında değer alabilirler. Burada üretilen her bir sayının oluşturulma ihtimali eşittir. Bu nedenle 0 ile 1 arasında değişen **düzgün dağılım** gösteren sayılardır.

Bu sayılar, belli yöntemler ile (orta kare yöntemi, doğrusal eşlik yöntemi vb.), fiziksel araçlar kullanarak (rulet, çok yüzlü zar vb.) veya çeşitli yöntemler ile oluşturulmuş literatürde yer alan rassal sayı tabloları kullanarak elde edilebilir. Bu tablolar ile bir rassal sayı belirlenecek ise, ilk sayı tablonun herhangi bir yerinden alınır, daha sonraki seçimler ilk seçilen sayının bulunduğu nokta baz alınarak bir kural (yukarı, aşağı, sağa, sola doğru ilerle gibi) çerçevesinde rassal sayı belirlemelerine devam edilmelidir.

EXCEL'in bir hücreğine "S_SAYI_ÜRET()" fonksiyonu yazılırsa o hücrede bir rassal sayı belirir.

Bir berber dükkânı simülasyonunda dükkâna gelen iki müşteri arasında geçen zaman, yani müşterilerin gelişler arası süresi, berberin traş süresi değerlerinin bilinmesi durumunda, bu dükkânın simülasyonu gerçekleştirilebilir. Bu girdi değişkeninde oluşan değerlerin birbirleriyle aynı olması beklenemez ve belli dağılımlar gösterirler. Kullanılan rassal sayıların, bu dağılımları yansıtabilmeleri için bir dönüşüme tabi tutulmaları gerekir. Bu dönüşüm sonunda elde edilen değere rassal değer adı verilir. Rassal değer, herhangi bir girdi değişkeninin simülasyon koşumu esnasında ürettikleri değerlerdir.

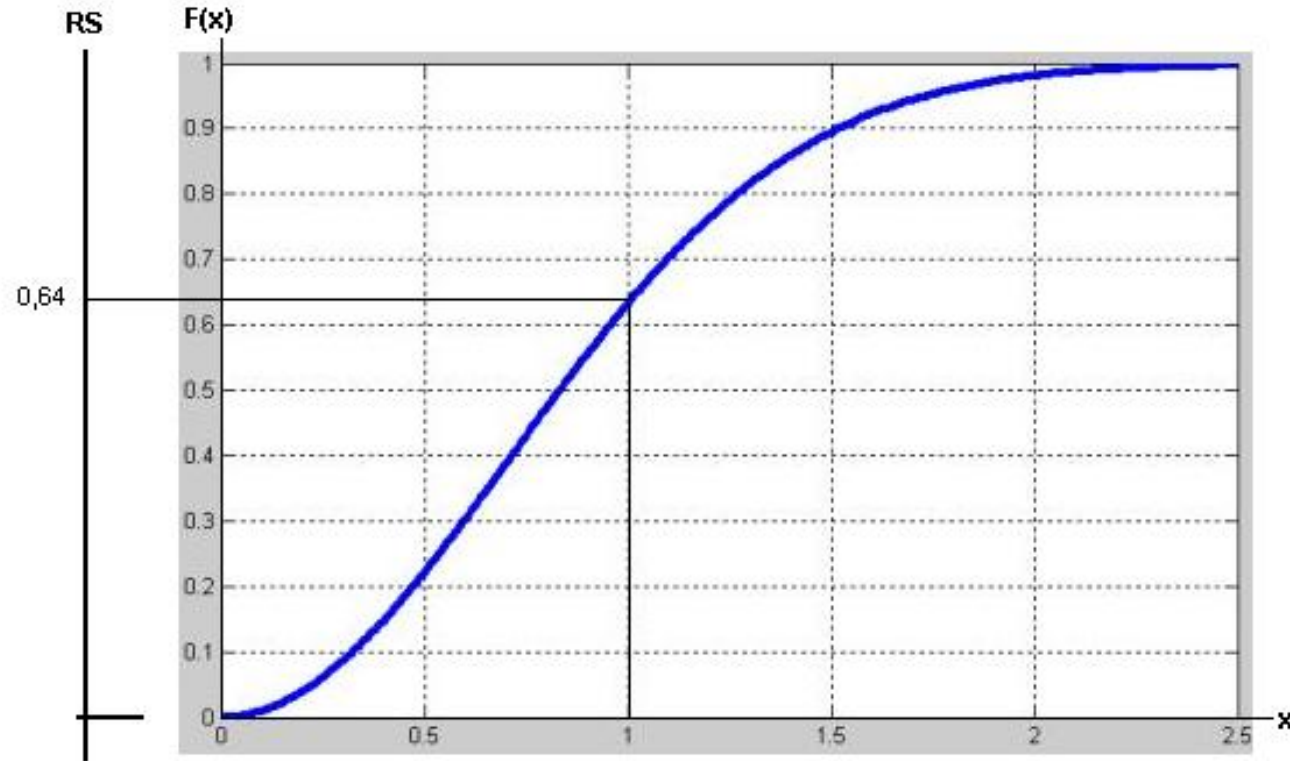


2.4. TERS DÖNÜŞÜM YÖNTEMİ

Rassal sayılar 0 ile 1 arasında değişim gösteren düzgün dağılım gösterir. Her dağılımın bir olasılık yoğunluk fonksiyonu ($f(x)$) ve birikimli dağılım fonksiyonu ($F(x)$) vardır.

Her dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu ($F(x)$) de 0 ile 1 arasında değişim gösterir.

Rassal sayıların dağılımın da, her dağılımın birikimli dağılım fonksiyonunun da ($F(x)$) 0 ile 1 arasında değer almasını kullanarak, rassal değer üretilir. Bu şekilde üretme metoduna ters dönüşüm yöntemi adı verilir. Bunu bir grafik üzerinde açıklamaya çalışalım.



Gözlenen bir olayda elde edilen değerlerin 0 ile 2,5 arasında değişebildiğini ve birikimli dağılım fonksiyonunda yukarıdaki grafikte olduğu gibi olduğunu ve bu olayda rassal değer elde etmek için kullanacağımız rassal sayısında 0,64 olduğunu farz edelim.

Buna göre ters dönüşüm ile yapılan işlem, 0.64 değerine karşılık $F(x)$ fonksiyonunun x değerini belirlemektir.

Sürekli dağılımlarda $F(x)$ fonksiyonunu elde etmek için, dağılımın $f(x)$ fonksiyonunun belirtilen aralıkta x e göre integralinin alınması gerekir.

$$RS = F(x) = \int f(x)dx \quad \text{olur.}$$

İntegral sonucunda elde edilecek fonksiyondan X çekilir ise eşitliğin diğer tarafında RS ya bağlı bir fonksiyon elde edilmiş olur. Bunun gösterimi de aşağıdaki gibidir.

$$X = F^{-1}(RS) \quad \text{olur.}$$

Bu fonksiyonda çekilen rassal sayı konur ise olayın modellendiği dağılıma göre oluşturulmuş bir rassal değer elde edilmiş olur.

Tüm dağılımların integralini elde etmek kolay olmadığından, bu tür dağılımlardan rassal sayı elde etmek için geliştirilmiş algoritmalar kullanmak gerekir.

Bazı örnekler vererek konuyu daha da açıklamaya çalışalım.

Örnek : Bir olayla ilgili olasılık frekans tablosunun aşağıdaki gibi oluştuğunu farz edelim. Buna göre 0.234 ; 0.827; 0.729 rassal sayılarına karşılık kullanılacak rassal değerleri bulalım.

Değer	Frekans	f(x)	F(x)	$F^{-1}(RS)$
3	20	0.20	0.20	0-0.20
4	33	0.33	0.53	0,201-0.53
5	22	0.22	0.75	0.531-0.75
6	10	0.10	0.85	0.751-0.85
7	15	0.15	1	0.851-1

0.234 rassal sayısına karşılık elde edilecek rassal değer 0,201-0.53 aralığına girdiği için 4, 0.827 rassal sayısına karşılık elde edilecek rassal değer 0.751-0.85 aralığına girdiği için 6 ve 0.729 rassal sayısına karşılık elde edilecek rassal değer 0.531-0.75 aralığına girdiği için 5 olacaktır.

Örnek : Bir olayla ilgili olasılık dağılım fonksiyonunun 0 ile 1 aralığında $f(x) = 3x^2$ diğer hallerde 0 olduğunu farz edelim. Buna göre rassal değer üretecek fonksiyonu bulalım.

$$RS = F(x) = \int_0^x f(x)dx = \int_0^x 3x^2 dx \Rightarrow RS = F(x) = x^3 \text{ olur.}$$

Buradan x 'i çekersek, $X = F^{-1}(RS) = \sqrt[3]{RS}$ şeklindeki rassal değer elde edilecek fonksiyon bulunur.

Örnek : Bir olay a ile b aralığında düzgün dağılım gösterdiğini farz edelim. Buna göre rassal değer üretecek fonksiyonu bulalım.

Düzgün dağılımın olasılık dağılım fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \text{ şeklindedir.}$$

$$RS = F(x) = \int_0^x f(x)dx = \int_0^x \frac{1}{b-a} dx \Rightarrow RS = F(x) = \frac{x-a}{b-a} \text{ olur.}$$

Buradan x 'i çekersek, $X = F^{-1}(RS) = a + (b-a)RS$ şeklindeki düzgün dağılımdan rassal değer elde edilecek fonksiyon bulunur.

Örnek : Bir olay ortalaması μ olan üstel dağılım gösterdiğini farz edelim. Buna göre rassal değer üretecek fonksiyonu bulalım.

Üstel dağılımın olasılık dağılım fonksiyonu

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{burada} \quad \lambda = \frac{1}{\mu} \quad \text{olduğundan}$$

fonksiyon $f(x; \mu) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$ şeklinde de yazılabilir. O zaman

$$RS = F(x) = \int_0^x f(x) dx = \int_0^x \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu} dx \Rightarrow RS = F(x) = 1 - e^{-x/\mu} \quad \text{ur.}$$

Buradan x 'i çekersek, $X = F^{-1}(RS) = -\mu \ln(1 - RS)$ olur.

Burada $(1 - RS)$ ifadesinin sonucu da bir rassal sayı olacağından,

$X = F^{-1}(RS) = -\mu \ln RS$ şeklindeki üstel dağılımdan rassal değer elde edilecek fonksiyon bulunur.

Örnek : Bir olay ortalaması μ standart sapması σ olan normal dağılım gösterdiğini farz edelim. Buna göre rassal değer üretecek fonksiyonu bulalım.

Normal dağılımın olasılık dağılım fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{şeklindedir.}$$

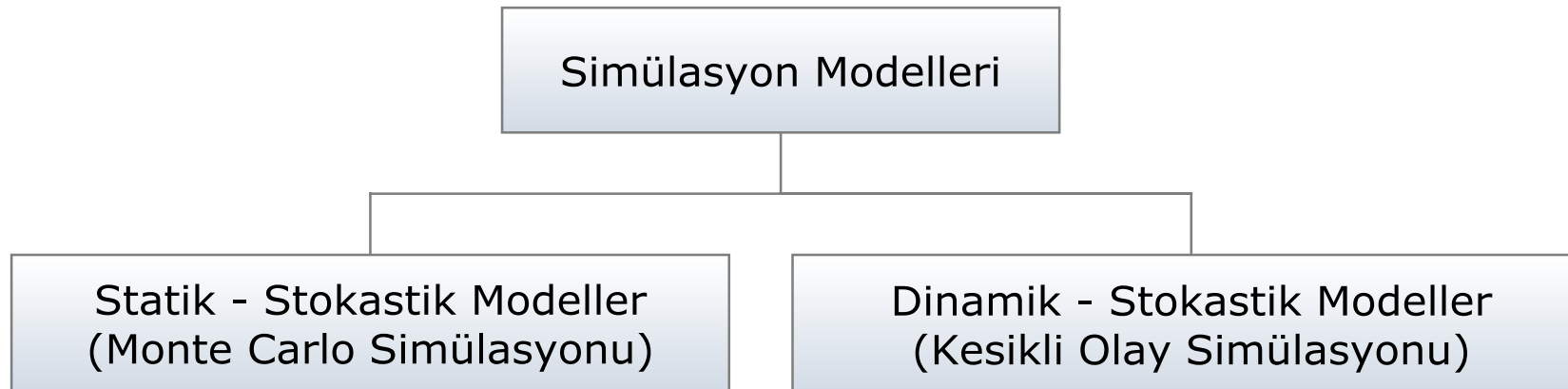
Bu fonksiyonun integralinin alınıp, buradan x çekilmesi oldukça zor işlemdir. Bu nedenle normal dağılım gösteren normal rassal sayılar (NRS) tabloları oluşturulmuş ve ortalaması μ standart sapması σ olan normal dağılım için rassal değer üretmekte de aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$X = \mu + \sigma \text{ NRS}$$

Normal rassal sayıyı EXCEL de elde edebilmek için, bir hücreye Normters fonksiyonu “NORMTERS(S_SAYI_ÜRET() ; 0 ; 1)” şeklinde yazılması yeterli olur.

2.5. SİMÜLASYON MODELİNİN OLUŞTURULMASI

İncelenen olayın durumuna göre simülasyon modelinin oluşturulmasında statik ve dinamik olmak üzere iki yaklaşım söz konusu olur. Statik simülasyon modelinde yapılan çalışmanın zaman boyutu önem arz etmezken yani zamandan bağımsız iken, dinamik simülasyon modellerinde olayların zaman içindeki değişimleri gözlenir. Bu nedenle, dinamik simülasyon modellerinde zamana bağımlı rastgele değişkenler kullanılır.

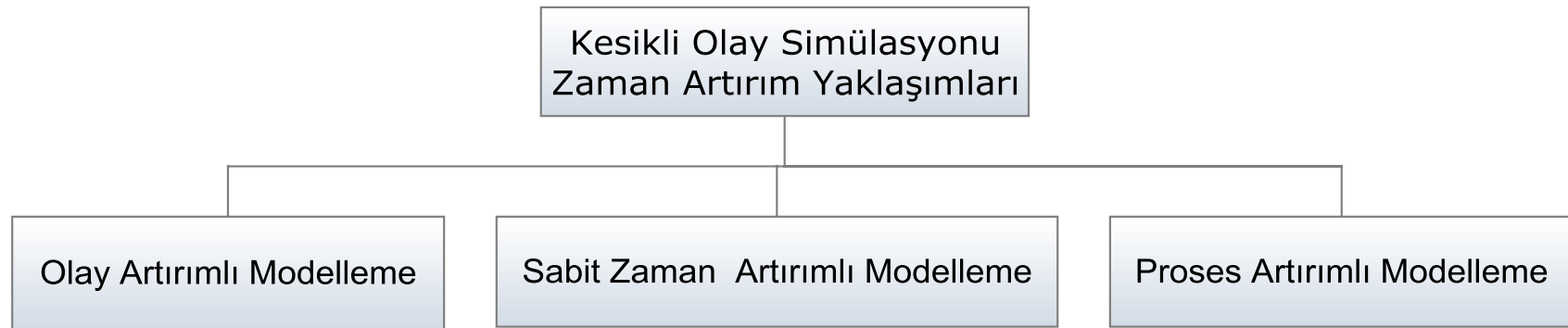


Monte-Carlo yaklaşımı Nicholas Constantine Metropolis (1915-1999) tarafından bulunmuştur. Atom bombasının geliştirildiği Los Alamos Ulusal Laboratuvarında, bombanın patlamasından sonra dağılan nötronlara karşı kalkan modellemek için çalışan bilim adamları, analitik çözümün çok karışık, pahalı ve deney yolunun tehlikeli olacağını düşünerek problemi, rulet masasında kullanılan bahis sistemine benzer bir metotla çözmüşlerdir. Bu bilim adamları formül kullanmadan tesadüfi sayılar ve deneme yanılma metodu kullandıkları bu yönteme Monte Carlo tekniği adını verdiler.

Monte Carlo simülasyonu, **zamanın önemli olmadığı stokastik veya deterministik** problemlerin modellenmesinde kullanılır.

Kesikli olay simülasyonu, durum değişkenlerinin (içsel – çıktı değişkenleri) belli zaman noktalarında değişim gösterdiği sistemlerin modellenmesinde kullanılır. Örneğin bir berber dükkanı simülasyonunda dükkan içerisinde bekleyen müşteriler var ise ve yeni bir müşteri gelmiş ise geliş anından itibaren bekleyen müşteri adedi bir artar. Bu değer yeni bir müşterinin gelişine veya traş olan müşterinin traşının bitimine kadar değişmez. Bekleyen müşteri adedi durum değişkeni, bu değişkenin değerini değiştirecek olaylar vuku bulmadığı sürece sabit kalır. Bu değişkenin zamana bağlı grafiği oluşturulduğunda kesikli bir yapı ortaya çıkar.

Kesikli olay simülasyonu, sistemin zamana bağlı olarak modellenmesidir. Bu nedenle simülasyon zamanın modele girilmesi ve her adımda da bilinmesi gerekir. Simülasyon koşumu esnasında oluşturulacak bir yaklaşım ile simülasyon saatinin arttırılması gerekmektedir.

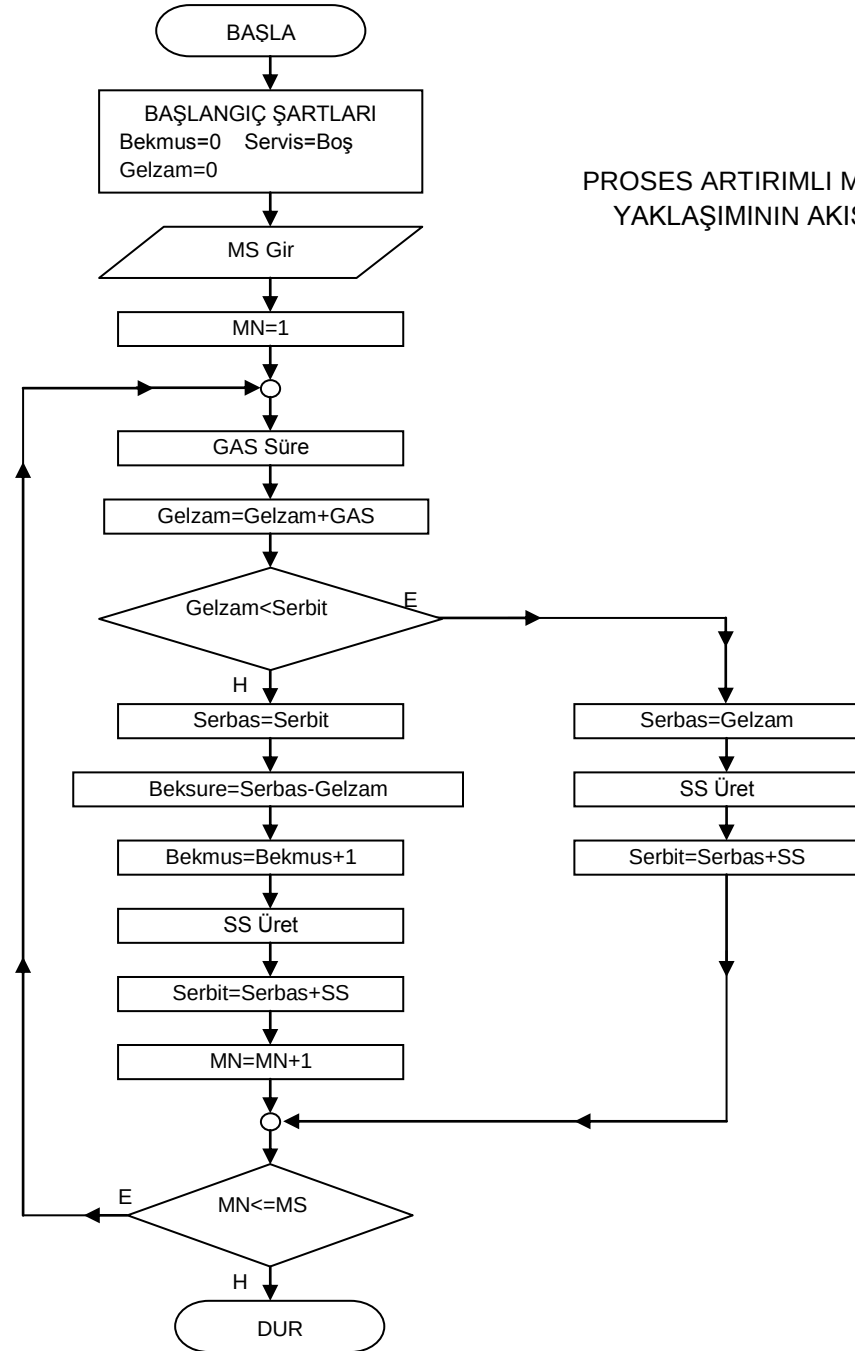


Olay artırımlı modellemeye; simülasyon saatinin başlangıç değeri 0 alınır ve gelecekteki gerçekleşecek ilk olayın ortaya çıkış zamanı belirlenir. Daha sonra simülasyon saati gelecekte olacak ilk olayın zamanına ilerletilir. Bu olayın ortaya çıkışına bağlı sistemde meydana gelecek değişimler düzenlenir ve daha sonra oluşacak ilk olay zamanı belirlenir. Bu işlemlere simülasyonun sonlandırma şartı gerçekleşinceye kadar devam edilir.

Sabit zaman artımlı modellemede; benzetim saati, önceden her bir döngüde önceden belirlenmiş bir zaman dilimi kadar artırılır. Her artış sonrasında belirlenen sabit zaman dilimi içerisinde herhangi bir olayın veya olayların meydana gelip gelmediği kontrol edilir. Şayet bu aralıkta meydana gelen olay yada olaylar var ise sanki bu olaylar periyodun sonunda meydana gelmiş gibi sistemde meydana gelecek değişimler güncellenir. Bu işlemlere simülasyonun sonlandırma şartı gerçekleşinceye kadar devam edilir.

Proses artımlı Modellemede; simülasyon saatinin başlangıç değeri 0 alınır ve gelecekteki gerçekleşecekler proses bazlı olarak yapılır. Örneğin berber dükkanı simülasyonunda bir müşterinin gelişi ile çıkışı arasında oluşan olayların tümü bir proses olarak alınır. Dolayısıyla döngüde müşterinin gelişi ile çıkışı arasında olacak tüm olaylar güncellenir. Bu işlemlere simülasyonun sonlandırma şartı gerçekleşinceye kadar devam edilir.

Yapılan simülasyon çalışmaları genellikle bilgisayar yardımı ile yapıldığından, bu yaklaşımlar ile ilgili bir kaynaklı kuyruk sistemi için akış şemaları aşağıda verilmiştir.



PROSES ARTIRIMLI MODELLEME
YAKLAŞIMININ AKIŞ ŞEMASI

2.6. ELLE SİMÜLASYON

Simülasyon modellerinin oluşturulup, çalıştırılmalarında yoğun olarak bilgisayarlardan istifade edilmektedir. Simülasyon mantalitesinin tam olarak kavrana bilmesi için küçük boyutlu problemlerin el ile simülasyonunun yapılmasında fayda vardır.

Elle simülasyon yapılır iken Gelişler arası süre, işlem süresi gibi girdi değişkenlerinin değerleri rassal sayılar yardımı ile elde edilen rassal değerler ile belirlenir. Daha sonra olayların akışı tablolar yardımı ile yansıtılmaya çalışılır.

Örnek : Berber dükkanına müşterilerin gelişler arası süresi üstel dağılıma uymakta olup ortalaması 15 dk. dır. Gelen müşterilerin %20 si sakal, %10 saç- sakal, %70 de sadece saç traşı olmaktadır. Berberimiz sakal traşını minimum değeri 4dk, maksimum değeri de 6 dk. olan üniform dağılıma uymakta, saç traşı süresi de ortalaması 9 dk. standart sapması 1 dk. normal dağılıma göre gerçekleştirdiği gözlenmiştir. Buna göre 10 müşteri için sistemi simüle ediniz.

Gezen Birimler:

- Müşteriler

Kaynaklar:

- Berber

Girdi Değişkenleri ve Parametreleri:

- Gelişler arası Süre Exp(10)
- Müşteri isteği:
Sakal %20
Saç- Sakal %10
Saç %70
- İşlem süresi
Sakal Traşı Unif(4,6)
Saç Traşı Norm(9,1)

Modelin Akışı:

- 1) Müşteri gelişlerinin sağlanması
- 2) İsteğin belirlenmesi
- 3) Müşterilerin geldiğinde kendinden önce bekleyen müşteri varsa traşa o bekleyenin ardından alınması yoksa hemen traşa alınması.
- 3) Traş süresi kadar sistemde tutulması

Girdi değişkenlerinin değerlerini hesaplamak için;

Gelişler arası süre rassal değerini elde etmek için $RD = -15 \ln RS$ formülü,

müşteri isteği rassal değerini elde etmek için aşağıdaki tablo,

Olasılık	Aralık	İstek
0,20	0,000-0,200	sakal
0,10	0,201-0,300	saç-sakal
0,70	0,301-1,000	saç

saç traşı rassal değerini elde etmek için formülü $RD = 4 + (4 - 2)RS$ ve

sakal traşı rassal değerini elde etmek için $RD = 9 + 1x NRS$ formülü kullanılmıştır.

Belirlenen rassal sayılara göre bulunan girdi değişkenlerinin değerleri aşağıda verilmiştir.

GAS		Gel Zam	Müşteri isteği		Saç Traşı		Sakal Traşı	
R.S	R.D		R.S	R.D	R.S	R.D	R.S	R.D
0,944	0,86	0,86	0,373	saç	-0,61	8,39	0,749	5,5
0,721	4,91	5,77	0,651	saç	-0,83	8,17	0,455	4,91
0,451	11,94	17,71	0,606	saç	0,93	9,93	0,15	4,3
0,739	4,54	22,25	0,781	saç	-0,52	8,48	0,19	4,38
0,157	27,77	50,02	0,156	sakal	-0,13	8,87	0,841	5,68
0,822	2,94	52,96	0,607	saç	-1,14	7,86	0,55	5,1
0,123	31,43	84,39	0,235	saç-sakal	0,02	9,02	0,297	4,59
0,845	2,53	86,92	0,662	saç	0,32	9,32	0,391	4,78
0,981	0,29	87,21	0,075	sakal	1,82	10,82	0,583	5,17
0,46	11,65	98,86	0,548	saç	-0,09	8,91	0,592	5,18

Bu değerler belirlendikten sonra, berber dükkânındaki olan olayları yansıtacak tablo oluşturulur. Bu tablo oluşturulurken dikkat edilmesi gereken husus, tıpkı gerçek hayattaki gibi müşterinin servise başlama zamanı, müşteri dükkâna geldiğinde bekleyen yok ise servise başlama geliş anı olması gerekir. Bekleyen var ise, önünde bekleyen müşterinin sevisinin bitiş anı, bekleyen müşteri için servise başlama anı olmalıdır.

Müşteri No	Gel. Zam	Ser. Baş	İşlem	Ser. Sür.	Ser. Bit.	Bek. Zam	SGS
1	0,86	0,86	saç	8,39	9,25	0	8,39
2	5,77	9,25	saç	8,17	17,42	3,48	11,65
3	17,71	17,71	saç	9,93	27,64	0	9,93
4	22,25	27,64	saç	8,48	36,12	5,39	13,87
5	50,02	50,02	sakal	5,5	55,52	0	5,5
6	52,96	55,52	saç	8,87	64,39	2,56	11,43
7	84,39	84,39	saç-sakal	12,77	97,16	0	12,77
8	86,92	97,16	saç	9,02	106,18	10,24	19,26
9	87,21	106,18	sakal	4,3	110,48	18,97	23,27
10	98,86	110,48	saç	9,32	119,8	11,62	20,94
Toplam				84,75		52,26	137,01

Bu elde edilen verilerde sistemin performansı ile ilgili aşağıdaki ölçütler hesaplanabilir.

$$\text{Ortalama Sistemde Geçen Süre} = \frac{\sum \text{SGS}}{n} = \frac{137.01}{10} = 13.7$$

$$\text{Ortalama Bekleme Zamanı} = \frac{\sum \text{Bek.Zam}}{n} = \frac{52.26}{10} = 5.22$$

$$\text{Berberin Doluluk Oranı} = \frac{\sum \text{Ser.Sur.}}{\text{Sim.BitisZamanı}} = \frac{84.75}{119.8} = 0,71$$

Örnek : Bir markette aşağıda verilen gelişler arası sürelerle göre 15 müşteri geldiğini farz edelim. Markete gelen müşterilerin %60 ı bayan veya aile olmakta, %40 ı ise bay müşteri olmaktadır. Bayan veya aile olan müşteriler ortalaması 35 standart sapması 7 dk, bay müşteriler ise ortalaması 25 standart sapması 4 dk olan normal dağılıma göre alışveriş sahasından alacaklarını toplamaktadırlar. Alışverişlerini tamamlayan müşteriler minimum değeri 3 maksimum değeri 7 olan düzgün dağılıma göre aldıkları ürünlerin paralarını iki kasadan birinde ödeyerek marketten ayrılmaktadırlar. Müşteriler ödeme yapacakları kasayı seçerken bekleyen sayısı en az olan kasayı tercih etmektedirler. Bekleyen sayısı aynı olur ise rastgele birisini seçmektedirler. Buna göre 15 müşteri için simülasyonu yapın.

Gezen Birimler:
Müşteriler
Kaynaklar:
Kasalar
Modelin Akışı:

Girdi
Değişkenleri ve
Parametreleri:
• Gelişler
arası Süre

1) Müşteri gelişlerinin sağlanması

2) Alışveriş yapma

3) Kasada ödeme

- Müşteri tipi:
Bayan veya aile %60

Bay %40

- Alışveriş süresi
Bayan veya aile

Norm(35,7)

Bay

Norm(25,4)

Kasa süresi Unif
(3,7)

Bu simülasyonun gerçekleştirilebilmesi için aşağıda şematik olarak verilen proseslerin tablolara aktarılması gerekmektedir. Burada müşteriler alışveriş sahasına girdikleri sırada çıkmamaktadırlar. Geliş ve alışveriş bitiriş anını yansıtacak bir tablo oluşturmak, daha sonrada alışveriş

sahasından çıkan müşterilere göre kasa tercihlerini de yansıtacak şekilde ayrı ayrı olmak üzere kasa için tablo oluşturmak sistemin akışını yansıtmak için yeterli olacaktır.



Müşterilerin geliş ve alışverişi bitiriş anını yansıtacak bir tabloda geliş anına alışveriş süresini ekleyerek alış veriş sahasından çıkış anını bulmamızı sağlayacaktır. Burada bir kuyruk oluşumu söz konusu değildir. Müşteriler sadece bu sahaya girip ihtiyaçlarını toplayıp bu sahadan kasalara geçiş yapmaktadırlar. Bu işlemi gerçekleştirirken bir başka müşterinin bu sahayı terk etmesini beklemek gibi bir durum söz konusu olmamaktadır. Bu nedenle müşterilerin alış veriş sahasına giriş sırası değişebilmektedir. Geç gelip kısa süre alış veriş yapan bir müşteri kendinden önce gelen bir müşteriden daha önce alış veriş sahasını terk edebilmektedir.

Kullanılacak rassal sayılar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Gelişler Arası Süre	Müşteri Cinsi için RS	Alış Veriş Zamanı için Normal RS	Kasa Seçimi için RS	Kasa1 için RS	Kasa2 için RS
2,62	0,985	1,82	0,43	0,101	0,711
1,41	0,276	-1,37	0,27	0,648	0,969
4,93	0,377	-1,64	0,84	0,633	0,7
1,75	0,046	-2,42	0,48	0,031	0,466
11,65	0,597	0,12	0,71	0,379	0,301
4,12	0,172	-2,91	0,53	0,783	0,548
7,41	0,91	1,09	0,49	0,024	0,89
1,92	0,305	-1,56	0,17	0,635	0,612
2,26	0,609	1,89		0,966	0,719
0,93	0,011	-0,35		0,187	0,684

7,91	0,57	1,48
2,44	0,677	1,75
13,37	0,646	-2,81
4,93	0,316	-0,78
8,17	0,339	-1,63

Müş.No	GAS	GelZzm	Müs Cins	Al.Vr.Süresi	Al.Vr.Çık.Anı
1	2,62	2,62	bay	32,28	34,9
2	1,41	4,03	bayan	25,41	29,44
3	4,93	8,96	bayan	23,52	32,48
4	1,75	10,71	bayan	18,06	28,77
5	11,65	22,36	bayan	35,84	58,2
6	4,12	26,48	bayan	14,63	41,11
7	7,41	33,89	bay	29,36	63,25

8	1,92	35,81	bayan	24,08	59,89
9	2,26	38,07	bay	32,56	70,63
10	0,93	39	bayan	32,55	71,55
11	7,91	46,91	bayan	45,36	92,27
12	2,44	49,35	bay	32	81,35
13	13,37	62,72	bay	13,76	76,48
14	4,93	67,65	bayan	29,54	97,19
15	8,17	75,82	bayan	23,59	99,41

Bu duruma göre müşterilerin kasa önüne geldiklerindeki durum şöyle olur.

Kasa Önü Sıra (Girişteki Müş.No göre)	Kasa Önüne Geliş Zamanı	Kasa Seçimi için RS	Seçilen Kasa
4	28,77	0,43	k1
2	29,44		k2
3	32,48		k1

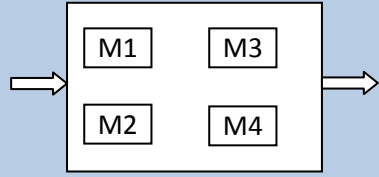
1	34,9	0,27	k1
6	41,11		k2
5	58,2	0,84	k2
8	59,89		k1
7	63,25		k1
9	70,63	0,48	k1
10	71,55		k2
13	76,48		k2
12	81,35	0,71	k2
11	92,27	0,53	k2
14	97,19		k1
15	99,41		k2

Yukarıdaki tabloda kuyrukta bekleyenlerin sayısı aynı olması durumunda kasa seçmek durumunda kalan müşterilerde görülmektedir. Aşağıdaki tablolarda ise kasa 1 ve kasa 2 gerçekleşen olaylar zamansal olarak yansıtmaktadır.

Müş.No	Kasa1 Gel.Zam	Ser.Bas	Ser.Sür için RS	Ser.Sür	Kasa1 Çık.Zam.
--------	------------------	---------	--------------------	---------	-------------------

4	28.77	28.77	0.101	3.4	32.17
3	32.48	32.48	0.648	5.59	38.07
1	34.9	38.07	0.633	5.53	43.6
8	59.89	59.89	0.031	3.12	63.01
7	63.25	63.25	0.379	4.52	67.77
9	70.63	70.63	0.783	6.13	76.76
14	97.19	97.19	0.024	3.1	100.29

Müş.No	Kasa2 Gel.Zam	Ser.Bas	Ser.Sür için RS	Ser.Sür	Kasa2 Çık.Zam.
2	29.44	29.44	0.711	5.84	35.28
6	41.11	41.11	0.969	6.88	47.99
5	58.2	58.2	0.7	5.8	64
10	71.55	71.55	0.466	4.86	76.41
13	76.48	76.48	0.301	4.2	80.68
12	81.35	81.35	0.548	5.19	86.54
11	92.27	92.27	0.89	6.56	98.83
15	99.41	99.41	0.612	5.45	104.86



Örnek : Bir işletmede iki ürün (X,Y) üretilmektedir.

A ve C ürünleri M1 tezgahında birleştiriliyor daha sonra M3 ve M4 tezgahlarında işlenerek X ürünü meydana geliyor.

B ve D ürünleri M2 tezgahında birleştiriliyor ve sonra M4 ve M3 tezgahlarında işlenerek Y ürünü meydana geliyor.

Not: M1'den ilk çıkan X1, ikinci çıkan X2

M2'den ilk çıkan Y1, ikinci çıkan Y2 Şeklinde kodlayın

Buna göre M3 ve M4 tezgahlarından parçaların çıkış sıralarını bulunuz.

ROTA ve İŞLEM SÜRELERİ			
X	M1(5)	M3(5)	M4 (6)
Y	M2(5)	M4(5)	M3 (6)

	7)	5)	(4)
--	----	----	-----

Yanda parçaların sabit işlem zamanları ve rotaları verilmiştir.

A GA S	B GAS	C GAS	D GAS
3.92	0.21	2.67	2.6
2.66	14.5 7	8.27	10.1
8.04	2.43	1.55	5.68
1.59	3.37	3.9	6.31
2.91	11.0 2	7.12	9.43
19.7 8	7.19	11.7 7	3.15
3.05	8.2	5.51	5.67
1.27	6.22	3.71	9.07

5.72	7.47	11.8 2	3.43
8.36	2.66	3.76	5.14

Yandaki tabloda her bir parça için 10 adet gelişler arası süre değeri verilmiştir. Buna göre ilk A parçasının atölyeye gelişi simülasyon başlama anından (0 zb) 3.92 zb sonra olacaktır. A parçasının ikincisi 3,92'den 2.66 zb. sonra yani 6.58 zb gerçekleşecektir. Buna göre tüm parçaların atölyeye geliş anlarını bulmak gerekir.

Daha sonra A ve C birleşerek M1 tezgahına gideceklerinden bu parçalardan ilk gelenlerini zamanlarına bakılacak ve ilk gelenler arasındaki geç gelen parçanın zamanı M1 tezgahında ki ilk operasyonun başlangıç zamanı olacaktır. Diğer parçalar içinde bu eşleştirilmeler sağlanmalıdır buna dikkat edilerek hazırlanmış M1 ve M2 tezgâhlarının tabloları aşağıdaki gibi oluşur.

Parça	A Parçası Gel.Zam	C Parçası Gel.Zam	M1 Giriş Zamanı	İşe başlama Zamanı	İşlem süresi	M1 çıkış Zamanı
-------	-------------------------	-------------------------	-----------------------	--------------------------	-----------------	-----------------------

1	3.92	2.67	3.92	3.92	5	8.92
2	6.58	10.9	10.94	10.94	5	15.94
3	14.62	12.5	14.62	15.94	5	20.94
4	16.21	16.4	16.39	20.94	5	25.94
5	19.12	23.5	23.51	25.94	5	30.94
6	38.9	35.3	38.9	38.94	5	43.94
7	41.95	40.8	41.95	43.94	5	48.94
8	43.22	44.5	44.5	48.94	5	53.94
9	48.94	56.3	56.32	56.32	5	61.32
10	57.3	60.1	60.08	31.32	5	66.32

Parça	B Parçası Gel.Zam	D Parçası Gel.Zam	M2 Giriş Zamanı	İşe başlama Zamanı	İşlem süresi	M2 çıkış Zamanı
Y1	0.21	2.6	2.6	2.6	7	9.6
Y2	14.78	12.7	14.78	14.78	7	21.78
Y3	17.21	18.4	18.38	21.78	7	28.78
Y4	20.58	24.7	24.69	28.78	7	35.78

Y5	31.6	34.1	34.12	35.78	7	42.78
Y6	38.79	37.3	38.79	42.78	7	49.78
Y7	46.99	42.9	46.99	49.78	7	56.78
Y8	53.21	52	53.21	56.78	7	63.78
Y9	60.68	55.4	60.68	63.78	7	70.78
Y10	63.34	60.6	63.34	70.78	7	77.78

Pa rç a	M3 Giriş Zama nı	İşe. Baş . Za ma nı	İşle m sur esi	İş bitiş Zam anı
X1	8.92	8.9 2	5	13.9 2
Y1	14.6	14. 6	4	18.6
X2	15.94	18. 6	5	23.6

X3	20.96	23. 6	5	28.6
X4	25.94	28. 6	5	33.6
Y2	26.78	33. 6	4	37.6
X5	30.94	37. 6	5	42.6
Y3	43.78	43. 78	4	47.7 8
X6	43.94	47. 78	5	52.7 8
X7	48.94	52. 78	5	57.7 8
X8	53.94	57. 78	5	62.7 8
Y4	54.78	62. 78	4	66.7 8
X9	61.32	66. 78	5	71.7 8

Y5	65.78	71. 78	4	75.7 8
X1 0	66.32	75. 78	5	80.7 8
Y6	70.78	80. 78	4	84.7 8
Y7	81.78	84. 78	4	88.7 8
Y8	98.78	98. 78	4	102. 78
Y9	103.7 8	103 .78	4	107. 78
Y1 0	114.7 8	114 .78	4	118. 78

Parça	M4 Giriş Zamanı	İşe. Baş. Zamanı	İşlem suresi	İş bitiş Zamanı
Y1	9.6	9.6	5	14.6

X1	13.92	14.6	6	20.6
Y2	21.7	21.78	5	26.78
X2	23.6	26.78	6	32.78
X3	28.6	32.78	6	38.78
Y3	28.78	38.78	5	43.78
X4	33.6	43.78	6	49.78
Y4	35.78	49.78	5	54.78
X5	42.6	54.78	6	60.78
Y5	42.78	60.78	5	65.78
Y6	49.78	65.78	5	70.78
X6	52.78	70.78	6	76.78
Y7	56.78	76.78	5	81.78
X7	57.78	81.78	6	87.78
X8	62.78	87.78	6	93.78
Y8	63.78	93.78	5	98.78
Y9	70.78	98.78	5	103.78
X9	71.78	103.78	6	109.78
Y10	77.78	109.78	5	114.78
X10	80.78	104.78	6	110.78

M3 tezgahına M1 ve M4 tezgahlarından parça gelmektedir. M4 tezgahına da M2 ve M3 tezgahlarından parça gelmektedir. M3 ve M4 tezgahlarının tabloları oluşturulurken tüm tezgah çıkışları kontrol edilerek M3 ve M4 tezgahının önüne geliş sıralarına göre işleme alınmalıdırlar. Bu nedenle M3 den çıkan X parçaları M4 de girdiğinden, M4 den çıkanda Y parçaları da M3'e girdiğinden M3ve M4 tabloları eş zamanlı doldurulmaları gerekmektedir. Bu hususlara dikkat edilerek elde edilmiş tablolar aşağıdaki gibi olur.

Örnek : Bir masa tenisi müsabakasinda karşılaşacak iki rakibin geçmişte yaptıkları maçlardaki istatistikleri bilinmektedir. XYZ masa tenisçisi ABC masa tenisçisine karşı servis kullandığı zaman sayıyı kazanma oranı % 60 dir. ABC masa tenisçisi XYZ masa tenisçisine karşı servis kullandığı zaman sayıyı kazanma oranı % 56 dir. Buna göre bu iki tenisçi arasında yapılacak ilk maçın ilk setinin muhtemel sonucunu simülasyonla bulun.

Not: Bir masa tenisi müsabakasinda İlk servis atma, karşılama ve saha seçimi kura ile belirlenecek ve kazanan servis veya saha seçimini

yapacaktır. Her oyuncu arka arkaya 2 servis atar. Oyuncunun seti alması için Seti her iki oyuncunun 10 sayı alması haricinde ilk olarak 11 sayı alan oyuncu kazanır. Her iki oyuncu 10 sayı alırsa seti, peş peşe 2 sayı alıp rakibinin 2 sayı önüne geçen oyuncu kazanır. Sayı 11 e ulaşıldığında set kazanılmamışsa karşılıklı servis sayıları bire düşer.

Bizim yapacağımız simülasyonda kurayı kazananın servis hakkını tercih edeceğini farz edelim. Kullanacağımız rassal sayı 0.842 olsun. Rassal değer tablolarını da aşağıdaki gibi belirlediğimizi farz edelim.

	Kura Kazanma	XYZ servis Attığında sayı Kazanma	ABC servis Attığında sayı Kazanma
XYZ	0.000- 0.500	0.000- 0.600	0.000- 0.440
ABC	0.501- 1.000	0.601- 1.000	0.441- 1.000

Bu değerlere göre kurayı ABC kazanır ve ilk servisi atmaya hak kazanır.

Servis No	Servisi atan	Kazanan için RS	Sayıyı Kazanan	XYZ'nin skoru	ABC'nin skoru
1	ABC	0,066	XYZ	1	0
2	ABC	0,008	XYZ	2	0
3	XYZ	0,964	ABC	2	1
4	XYZ	0,547	XYZ	3	1
5	ABC	0,631	ABC	3	2
6	ABC	0,825	ABC	3	3
7	XYZ	0,128	XYZ	4	3
8	XYZ	0,471	XYZ	5	3
9	ABC	0,916	ABC	5	4
10	ABC	0,365	XYZ	6	4
11	XYZ	0,997	ABC	6	5
12	XYZ	0,152	XYZ	7	5
13	ABC	0,069	XYZ	8	5
14	ABC	0,296	XYZ	9	5
15	XYZ	0,019	XYZ	10	5
16	XYZ	0,693	ABC	10	5
17	ABC	0,720	ABC	10	6
18	ABC	0,474	ABC	10	7

19	XYZ	0,253	XYZ	11	7
----	-----	-------	-----	----	---

Simülasyon ile yaptığımız maçın ilk seti 11 - 7 tamamlandı ve XYZ ilk seti aldı. Bu şekilde iki müsabık arasında yeteri kadar set oynatılırsa ve kazanma oranlarına bakılırsa bu iki müsabık arasındaki maçlarda müsabıkların kazanma ihtimalleri belirlenebilir.

Bu örnekte yaptığımız simülasyonun zamansal hiçbir boyutu olmadığından MONTE CARLO simülasyonu gerçekleştirmiş olduk.