

Tesis Yer Seçimi -4 (Tek tesis yer seçimi)

*Enbüyük uzaklığın
enküçüklenmesi
(ENK_{ENB})*

2

- Yeni tesisi, sistemdeki en uzak tesise bile mümkün olduğunca çabuk ulaşacak yerde konumlandırmak.
- Bir başka deyişle, yeni tesisin yerleştirileceği yere, en uzak kalacak tesisin uzaklığının enküçüklenmesi sözkonusudur.
- (En uzak tesise ulaşmanın enküçüklenmesi)

$$ENK f(X) = ENB \min_{1 \leq i \leq m} d(X, P_i)$$

3

$$\text{ENK } f(X) = \text{ENB}_{1 \leq i \leq m} d(X, P_i)$$

Dikdoğrusal uzaklık için

$$\text{enk } f(x, y) = \text{enb}_{1 \leq i \leq m} |x - a_i| + |y - b_i|$$

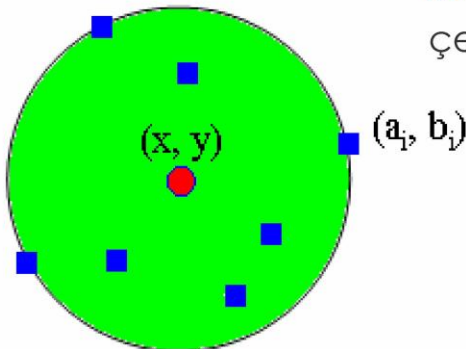
Kuşuçuşu uzaklık için

$$\text{enk } f(x, y) = \text{enb}_{1 \leq i \leq m} \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$$

4

Kapsayan enküçük çember problemi

- m tane nokta var
- hepsini içine alan
- en küçük yarıçaplı
- çember ?

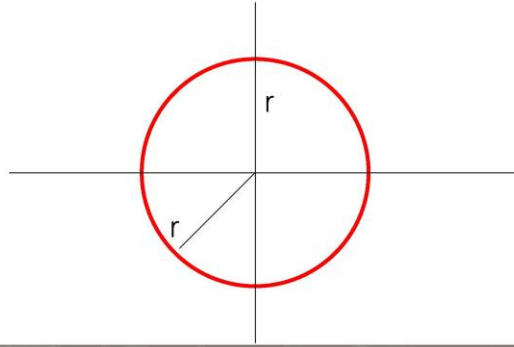


5

Çember nedir?

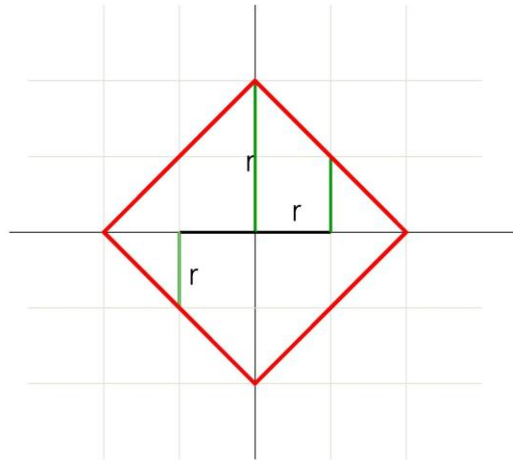
- Bir tesis yerleştirildiğinde, bu tesisten r uzaklığı içinde erişilebilir tüm noktaların geometrik yeri

Kuşuçuşu uzaklık için, r yarıçapındaki çember



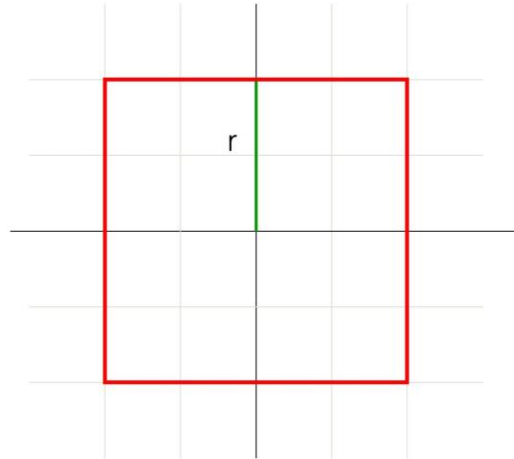
6

Dikdoğrusal uzaklık için, r yarıçapındaki çember



7

Tchebychev uzaklığı için,
r yarıçapındaki çember



8

D/D uzaklık için EnkEnb probleminin modellenmesi

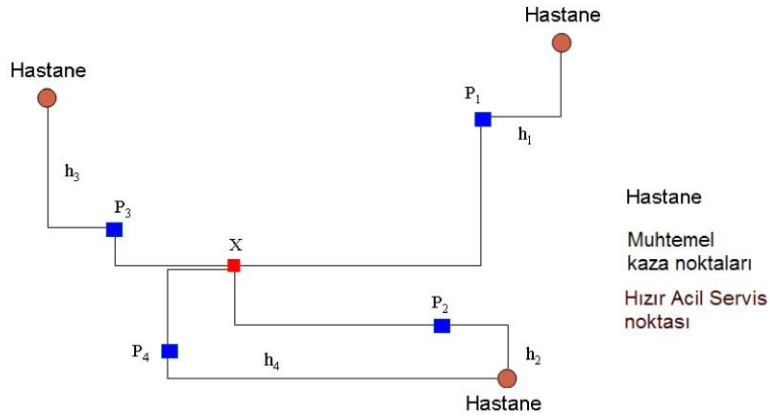
- m : Eski tesislerin sayısı,
 - $P_i = (a_i, b_i)$: i . eski tesisin koordinatları,
 - $X = (x, y)$: Yeni tesisin koordinatları,
 - $d_i(X, P_i)$: Yeni tesisin i . eski tesise uzaklığı,
 - w_i : Ağırlık katsayısı,
 - h_i : i . mevcut tesise en yakın olan hizmet noktasının uzaklığı (sıfır alınabilir)
- olarak tanımlandığında amaç fonksiyonu,

$$\text{Enk } f(X) = \text{Enb } \{w_i \cdot d_i(X, P_i) + h_i\}$$

$$\text{Enk } f(X) = \text{Enb } \{w_i \cdot (|x - a_i| + |y - b_i|) + h_i\}$$

9

Örnek: Mevcut hastane ve en fazla kaza olan trafik noktalarına göre, Hızır Acil Servis noktasının yer seçimi (D/D uzaklık)



10

$$Enk f(X) = Enb \{w_i \cdot (|x - a_i| + |y - b_i|) + h_i\}$$

Bunun eşdeğeri:

$$w_i [|x - a_i| + |y - b_i|] + h_i \leq z$$

$i=1,2, \dots, m$
k.a.
Enk z

Veya tüm w_i 'ler pozitif kabul edilerek,

$$|x - a_i| + |y - b_i| \leq (z - h_i) / w_i$$

$i=1,2, \dots, m$
k.a.
Enk z

11

Modelin doğrusallaştırılması

- Genelde w_i 'ler eşit ve "1", h_i değerleri de sıfır kabul edilir.
- Doğrusallaştırırken ağırlıkların =1 olduğunu varsayalım.

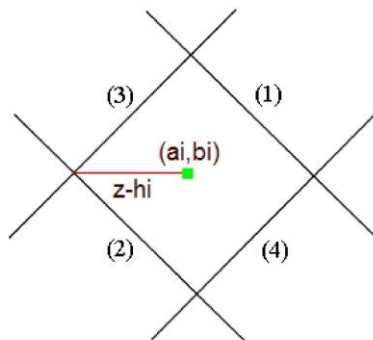
$$|x - a_i| + |y - b_i| \leq z - h_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

k.a.

ENK z

12

$$|x - a_i| + |y - b_i| \leq z - h_i$$



$$x - a_i + y - b_i \leq z - h_i \quad (1)$$

$$a_i - x + b_i - y \leq z - h_i \quad (2)$$

$$a_i - x + y - b_i \leq z - h_i \quad (3)$$

$$x - a_i + b_i - y \leq z - h_i \quad (4)$$

13

Doğrusal karar modeli

$$\begin{aligned}
 x + y - z &\leq a_i + b_i - h_i & , \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 x + y + z &\geq a_i + b_i + h_i & , \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 -x + y - z &\leq -a_i + b_i - h_i & , \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 -x + y + z &\geq -a_i + b_i + h_i & , \quad i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z

14

4xm kısıt yerine 4 kısıta indirgeyebiliriz.

$$\begin{aligned}
 x + y - z &\leq a_i + b_i - h_i \\
 x + y + z &\geq a_i + b_i + h_i \\
 -x + y - z &\leq -a_i + b_i - h_i \\
 -x + y + z &\geq -a_i + b_i + h_i
 \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z



$$\begin{aligned}
 x + y - z &\leq \text{enk}_i \{a_i + b_i - h_i\} \\
 x + y + z &\geq \text{enb}_i \{a_i + b_i + h_i\} \\
 -x + y - z &\leq \text{enk}_i \{-a_i + b_i - h_i\} \\
 -x + y + z &\geq \text{enb}_i \{-a_i + b_i + h_i\}
 \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z

15

$$\begin{aligned}
 &x + y - z \leq \text{enk}_i\{a_i + b_i - h_i\} \\
 &x + y + z \geq \text{enb}_i\{a_i + b_i + h_i\} \\
 &-x + y - z \leq \text{enk}_i\{-a_i + b_i - h_i\} \\
 &-x + y + z \geq \text{enb}_i\{-a_i + b_i + h_i\}
 \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z



$$\begin{aligned}
 &x + y - z \leq c_1 \quad (1) \\
 &x + y + z \geq c_2 \quad (2) \\
 &-x + y - z \leq c_3 \quad (3) \\
 &-x + y + z \geq c_4 \quad (4)
 \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \text{enk}_i\{a_i + b_i - h_i\} \\
 c_2 &= \text{enb}_i\{a_i + b_i + h_i\} \\
 c_3 &= \text{enk}_i\{-a_i + b_i - h_i\} \\
 c_4 &= \text{enb}_i\{-a_i + b_i + h_i\}
 \end{aligned}$$

16

$$\begin{aligned}
 &-x - y + z \geq -c_1 \\
 &x + y + z \geq c_2 \\
 &x - y + z \geq -c_3 \\
 &-x + y + z \geq c_4
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{aligned} &z \geq \frac{(c_2 - c_1)}{2} \\ &z \geq \frac{(c_4 - c_3)}{2} \end{aligned}$$

k.a.
ENK Z

$c_5 = \text{enb}\{c_2 - c_1, c_4 - c_3\}$

$$z = \frac{c_5}{2}$$

y için üst ve alt sınır

$$x + y - z \leq c_1 \quad (1)$$

$$x + y + z \geq c_2 \quad (2)$$

$$-x + y - z \leq c_3 \quad (3)$$

$$-x + y + z \geq c_4 \quad (4)$$

k.a.

ENK Z

Benzer şekilde 1 ve 3'ü toplarsak,

$$y \leq \frac{1}{2}(c_1 + c_3 + c_5)$$

2 ve 4'ü toplarsak,

$$y \geq \frac{1}{2}(c_2 + c_4 - c_5)$$

x için alt ve üst sınır

$$x + y - z \leq c_1 \quad (1)$$

$$x + y + z \geq c_2 \quad (2)$$

$$-x + y - z \leq c_3 \quad (3)$$

$$-x + y + z \geq c_4 \quad (4)$$

k.a.

ENK Z

1'den 3'ü çıkarırsak

$$x \leq \frac{1}{2}(c_1 - c_3)$$

2'den 4'ü çıkarırsak,

$$x \geq \frac{1}{2}(c_2 - c_4)$$

19

Eniyi çözüm algoritması

- Problem verisinden c_1, c_2, c_3 ve c_4 hesaplanır.

$$c_1 = \text{enk}_i \{a_i + b_i - h_i\}$$

$$c_2 = \text{enb}_i \{a_i + b_i + h_i\}$$

$$c_3 = \text{enk}_i \{-a_i + b_i - h_i\}$$

$$c_4 = \text{enb}_i \{-a_i + b_i + h_i\}$$

$$c_5 = \text{enb}\{c_2 - c_1, c_4 - c_3\} \Rightarrow z = \frac{c_5}{2}$$

20

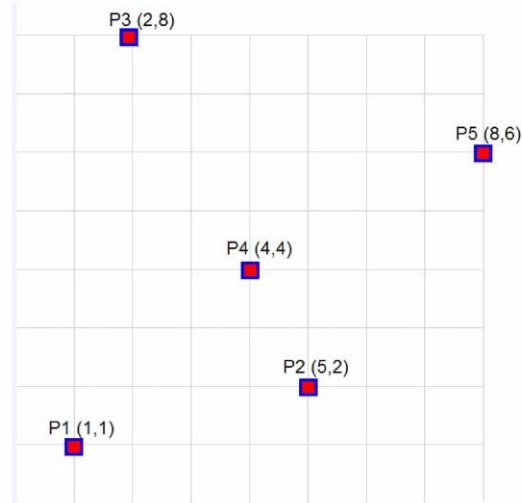
$$(x_1, y_1) = \frac{1}{2}(c_1 - c_3; c_1 + c_3 + c_5)$$

$$(x_2, y_2) = \frac{1}{2}(c_2 - c_4; c_2 + c_4 - c_5)$$

- Eniyi çözüm (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarını birleştiren doğru parçası üzerindeki herhangi bir noktadır.
- Bu yöntemi ağırlıklar eşit ve "bir" e eşit olduğunda kullanabiliriz.

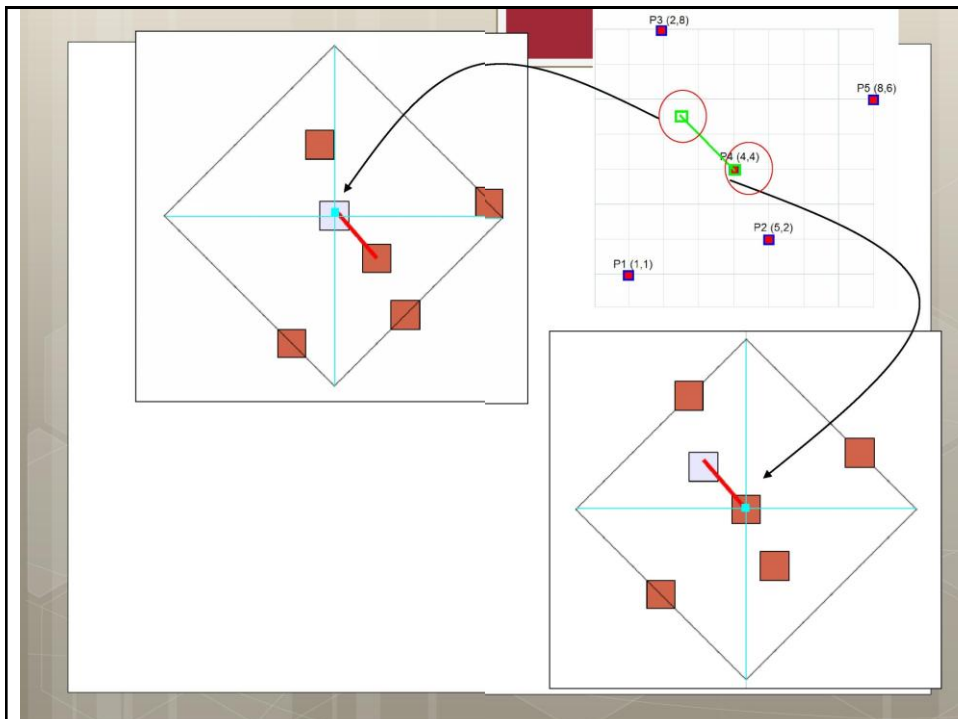
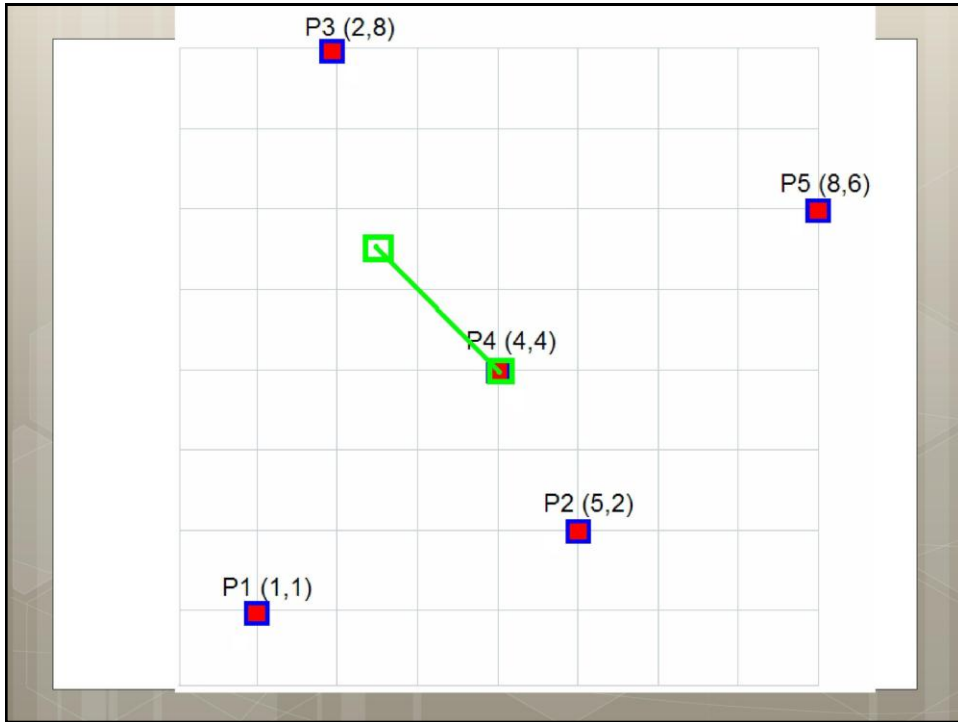
21

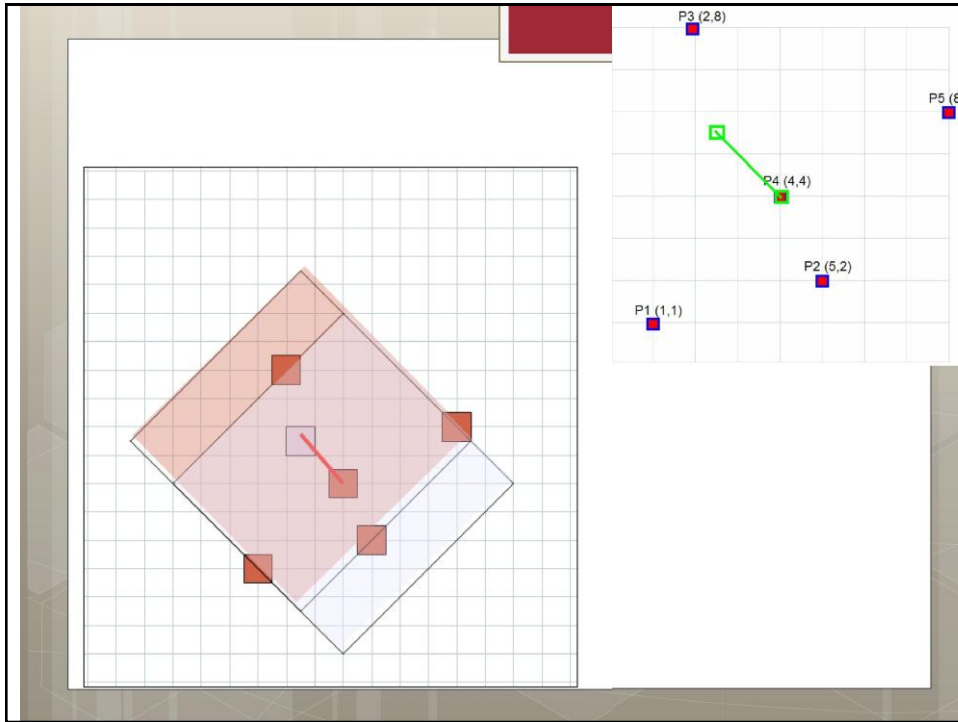
ÖRNEK:



i	a_i	b_i	$a_i + b_i$	$-a_i + b_i$
1	1	1	2	0
2	5	2	7	-3
3	2	8	10	6
4	4	4	8	0
5	8	6	14	-2

- $c_1 = \text{Enk} \{2, 7, 10, 8, 14\} = 2$
 - $c_2 = \text{Enb} \{2, 7, 10, 8, 14\} = 14$
 - $c_3 = \text{Enk} \{0, -3, 6, 0, -2\} = -3$
 - $c_4 = \text{Enb} \{0, -3, 6, 0, -2\} = 6$
 - $c_5 = \text{Enb} \{14-2, 6-(-3)\} = 12$
- $\text{Enb uzaklık} = c_5 / 2 = 12 / 2 = 6$
- $(x_1, y_1) = (2.5, 5.5)$ ve $(x_2, y_2) = (4, 4)$





26

Eş maliyet eğrisi nasıl çizilir?

- Verilen bir z değerine göre eş maliyet eğrisi çizilmek istenirse, izleyen eşitsizlikler kullanılır. Çizilen alanın sınırları z maliyetine (uzaklığına) sahip noktaları verir.

$$x + y \leq c_1 + z$$

$$x + y \geq c_2 - z$$

$$-x + y \leq c_3 + z$$

$$-x + y \geq c_4 - z$$

Örnek:

- $z=8$ için eş maliyet eğrisini çizelim.

$$x + y \leq 10$$

$$x + y \geq 6$$

$$-x + y \leq 5$$

$$-x + y \geq -2$$

